

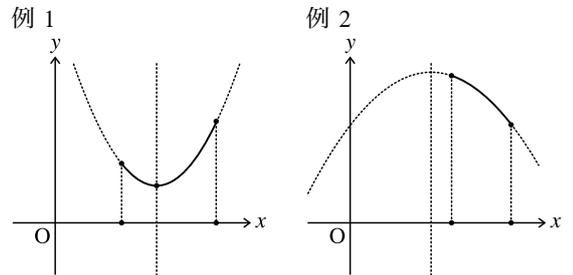
要点のまとめ

2次関数の最大・最小

2次関数  $y = ax^2 + bx + c$  において、最大値や最小値を考える場合には、次の点を考える。

- (1)  $a$  の符号
- (2) 定義域
- (3) 軸の位置

※  $x^2$  の係数や定義域に文字を含む場合には、場合分けをして考える。



**例題 1** 次の2次関数の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。

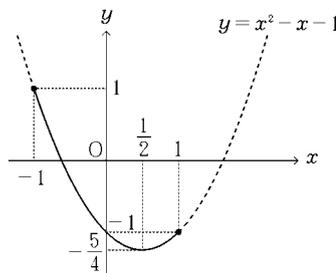
$$y = -x^2 + 2$$

**解答**  $x = 0$  のとき最大値 2, 最小値なし

**例題 2** 次の2次関数の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。

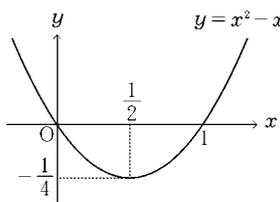
$$y = x^2 - x - 1 \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

**解答**  $y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$   
 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \text{ のとき最小値 } -\frac{5}{4} \\ x = -1 \text{ のとき最大値 } 1 \end{cases}$

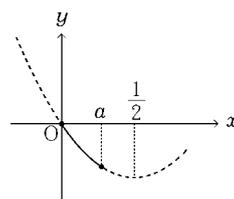


**例題 3**  $a$  を正の定数とするととき、関数  $y = x^2 - x$  ( $0 \leq x \leq a$ ) の最小値を求めよ。

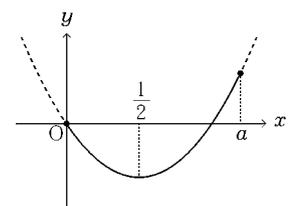
**解答**  $y = x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$



(i)  $0 < a < \frac{1}{2}$  のとき  
 $x = a$  のとき最小値  $a^2 - a$



(ii)  $\frac{1}{2} \leq a$  のとき  
 $x = \frac{1}{2}$  のとき最小値  $-\frac{1}{4}$



(答)  $\begin{cases} 0 < a < \frac{1}{2} \text{ のとき最小値 } a^2 - a \quad (x = a) \\ \frac{1}{2} \leq a \text{ のとき最小値 } -\frac{1}{4} \quad (x = \frac{1}{2}) \end{cases}$

問題

1. 次の2次関数の最大値, 最小値を求めよ. また, そのときの  $x$  の値を求めよ.

(1)  $y = x^2 + 1$

(2)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 6$

(3)  $y = 5x^2 - 2x + 2$

(4)  $y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

2. 次の2次関数の最大値, 最小値を求めよ. また, そのときの  $x$  の値を求めよ.

(1)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 2$  ( $0 \leq x \leq 5$ )

(2)  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$  ( $0 \leq x \leq 2$ )

(3)  $y = x^2 + x + 1$  ( $-1 \leq x < 1$ )

(4)  $y = \frac{3}{2}x^2 - 3x - 1$  ( $-2 \leq x \leq 0$ )

(5)  $y = -2x^2 + 3x$  ( $1 < x \leq 4$ )

(6)  $y = -\frac{1}{4}x^2 - 7$  ( $-4 < x \leq -1$ )